

DESENVOLVIMENTO DE MODELO MATEMÁTICO PARA QUANTIFICAÇÃO DO COEFICIENTE DE DISPERSÃO LONGITUDINAL PARA UM CANAL DIDÁTICO

Thaís Alves da Silva¹

Michele Lopes Cerqueira²

Conservação e Educação de Recursos Hídricos

RESUMO

A questão ambiental tem ganhado cada vez mais importância à medida que a conscientização dos indivíduos cresce em relação a complexidade e gravidade dos problemas causados por alterações ambientais, sendo uma delas o despejo de efluentes em corpos hídricos. Um parâmetro físico essencial na modelagem matemática de qualidade das águas, visando a análise causada por tal impacto, é o coeficiente de dispersão longitudinal (D_L).

No presente trabalho, desenvolveu-se um modelo matemático empírico para predição do coeficiente de dispersão longitudinal (D_L) no canal didático do laboratório de Hidráulica do Instituto Superior de Ciências Aplicadas, através de ensaios experimentais utilizando as características hidráulicas e geométricas do canal. Foram estudadas dezoito fórmulas, já utilizadas para previsão do coeficiente de dispersão longitudinal, todas aplicadas aos quatro cenários de simulação. A equação proposta foi deduzida utilizando-se análise dimensional e regressão linear, validada a partir da comparação com as demais equações presentes na literatura. A equação produzida no presente trabalho gerou estimativas satisfatórias do coeficiente de dispersão longitudinal para o canal de estudo e também para os cursos d'água naturais com pequenas vazões do que as equações utilizadas para comparação.

Palavras-chave: Dispersão de Poluentes, Qualidade da Água, Regressão Linear.

INTRODUÇÃO

A finitude do recurso água já é consenso mundial há algum tempo. A associação de realizadas dissonantes, tais como o aumento do consumo da água e o decréscimo da disponibilidade hídrica, tem causado consequências inefáveis pelo mundo e aponta para um futuro ainda mais problemático. No entanto, a percepção desses problemas varia significativamente nas diversas regiões do planeta. Existem regiões cujas populações já vivem sob considerável estresse hídrico, enquanto em outras, em extrema oposição, a população consome água com elevados níveis de desperdício (SANTOS, 2016). Problemas relacionados a qualidade dos recursos hídricos são motivos de grande preocupação, conforme dados da OMS (Organização Mundial de Saúde) e da UNICEF (Fundo das Nações Unidas para a Infância), em 2013 aproximadamente 768 milhões de pessoas não tinham acesso a mananciais hídricos

¹ Profissional de Engenharia Ambiental; Saneamento Ambiental, thahallves@gmail.com

² Prof. Ms. do Instituto Superior de Ciências Aplicadas – Campus Limeira-SP, sl.michele@gmail.com.

adequados e 2,5 bilhões não tinha acessos a adequados serviços de esgotamento sanitário (SANTOS, 2016). Os riscos ambientais e de saúde associados a uma possível escassez de água são inúmeros e por isso tornou-se crescente a busca de novas fontes de abastecimento e medidas de controle da poluição.

Levando em consideração a complexidade crescente dos problemas socioambientais, instiga-se a construção de soluções eficientes em busca da sustentabilidade social, nesse contexto surge o interesse de agências e centros de pesquisa que investem no desenvolvimento de atividades para reduzir a emissão de poluentes, prever impactos dessas emissões, bem como para o tratamento de corpos hídricos já poluídos e reuso de água. Entender o fluxo e o comportamento de um poluente disperso em água, é de extrema importância para a resolução de problemas com despejo de efluentes em corpos hídricos, evitando assim a degradação dos mesmos. De forma genérica, a poluição das águas decorre da adição de substâncias ou de formas de energia que, diretamente ou indiretamente, alteram as características físicas e químicas do corpo d'água de uma maneira tal, que prejudique a utilização das suas águas para usos benéficos. As consequências do lançamento de um determinado poluente dependem das suas concentrações, do tipo de corpo d'água que o recebe e dos usos da água. Desta forma, o conhecimento das interações entre estas interações é de extrema importância para que se possa analisar o comportamento dos poluentes em cursos hídricos da melhor forma possível a fim de tomar ações mitigadoras contra as fontes de poluição. Para analisar as interações de um processo físico que ocorre em um sistema hídrico, a modelagem matemática se torna uma ferramenta de grande importância, para o levantamento de dados e simulação de possíveis cenários para a tomada de decisões futuras.

Pensando no gerenciamento adequado dos recursos hídricos, objetiva-se com este trabalho trazer como proposta uma equação matemática, através da simulação laboratorial de um curso hídrico, verificando através de análises experimentais um importante parâmetro físico de qualidade da água, o coeficiente de dispersão longitudinal, que mede a capacidade de um curso de água em dispersar um poluente, visando encontrar o ponto mais adequado para lançamento do efluente afim de causar menor impacto possível, atendendo as disposições presentes na Resolução CONAMA 357/05.

METODOLOGIA

O presente trabalho foi realizado no Laboratório de Hidráulica do Instituto Superior de Ciências Aplicadas, localizado na cidade de Limeira – SP, utilizando a bancada didática para

experimentos em canal de escoamento. O modelo em questão é feito de acrílico, possuindo 2,90 metros de comprimento, 0,10 metros de largura e 0,30 metros de altura, conforme mostra a Figura 1, abaixo:



Figura 1 Vista frontal da bancada didática para experimento em canais de escoamento em carga. (Fonte: Arquivo Pessoal, 2017)

Foram simulados diferentes cenários analisando diferentes variáveis, afim de propor uma equação empírica, ou seja, uma equação baseada em confirmação dos dados obtidos. O método escolhido foi a regressão linear, que consiste em uma equação para se estimar o valor esperado de uma variável y , e dados os valores de algumas outras variáveis x .

Obtendo os dados necessários, o próximo passo, foi a utilização destas características para cálculo do D_L (coeficiente de dispersão longitudinal), através do estudo de dezoito fórmulas empíricas de dispersão de poluentes presentes na literatura.

Com os dados de tempo, vazão, velocidade, largura e profundidade da bancada didática, foi iniciada a fase de quantificação do coeficiente de dispersão longitudinal a partir dos métodos diretos escolhidos. A equação abaixo exemplifica o método utilizado:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \mu_i \quad \text{Equação 1}$$

Onde,

Y_i = variável dependente;

α = constante, interceptação da reta com o eixo vertical;

β = constante, declive (coeficiente angular) da reta;

X_i = variável (independente), representa o fator explicativo na equação;

μ_i = variável que inclui todos os fatores residuais e possíveis erros de medição.

Através do cálculo do desvio padrão dos dados obtidos a partir das equações existentes na literatura, foi escolhido o menor número para aplicação da equação de regressão linear e definição da equação proposta.

Posteriormente à determinação do D_L foi desenvolvido um modelo matemático para previsão do coeficiente de dispersão longitudinal a partir dos resultados experimentais com base em análise dimensional e a técnica de regressão linear múltipla.

Utilizando-se de análise dimensional, os autores Devens *et al.* (2006) e Ribeiro *et al.* (2010) e Oliveira (2013), desenvolveram uma relação funcional entre termos adimensionais:

$$\frac{D_L}{u^* \cdot H} = f\left(\frac{B}{H}, \frac{u^*}{U}, \text{Re}\right) \quad \text{Equação 02}$$

em que:

$\frac{D_L}{u^* \cdot H}$ = coeficiente de dispersão longitudinal;

$\frac{B}{H}$ = relação largura por profundidade;

$\frac{u^*}{U}$ = termo de fricção;

$\text{Re} = \frac{u^* \cdot H}{\nu}$ = número de Reynolds.

A partir dos parâmetros pertencentes à relação mostrada pela equação 01 e dos valores de D_L estimados, foi utilizada a técnica de regressão linear múltipla para obter-se uma equação de quantificação de D_L .

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a obtenção das características do canal de estudo, foram utilizadas as equações de Espaço, Velocidade, Velocidade de Atritos e Raio Hidráulico, para obter as informações necessárias para utilização das equações empíricas. Com os dados obtidos foi possível observar que quanto maior a altura da água no canal, menor é a velocidade média. Os dados gerados nos cálculos para cada cenário foram replicados as fórmulas de dispersão longitudinal presentes na literatura, onde a partir da observação dos coeficientes obtidos, fica claro que os coeficientes do presente trabalho são bem menores, devido as características hidráulicas e geométricas

serem de menor escala, já que todas as fórmulas utilizadas dependem exclusivamente de velocidade média, velocidade de atrito e largura da sessão.

Tendo como objetivo principal o desenvolvimento de uma equação para o canal didático, baseado na literatura e confirmação dos dados obtidos, foi feito o cálculo do desvio padrão para cada D_L estimado. Afim de obter a equação própria para o canal didático, o menor coeficiente encontrado foi o da equação de Devens *et al* (2006), com o valor aproximado 0,001848757.

Por meio da utilização de regressão linear múltipla aplicada ao conjunto de dados gerados pelos experimentos em laboratório foi possível construir uma equação semi-empírica de previsão de D_L . Através da relação proposta por Oliveira, 2013, que considerou a relação de adimensionais definida pela equação 03, na qual se têm como variáveis independentes B/H , u^*/U e Re^* e como variável dependente $D_L/u^*.H$, e adotando-se o modelo de potência para descrever a relação de dependência entre essas variáveis, tem-se:

$$\frac{D_L}{u^*.H} = a \left(\frac{B}{H} \right)^b \cdot \left(\frac{u^*}{U} \right)^c \cdot Re^d \quad \text{Equação 03}$$

Para a aplicação da regressão linear múltipla é necessário efetuar-se a linearização da equação 04, obtendo uma equação do tipo:

$$Y = a + bX + cZ + d W \quad \text{Equação 04}$$

Na Tabela 01, são fornecidos os cálculos das grandezas adimensionais para a equação de Devens *et al* (2006).

Tabela 1 - **Grandezas adimensionais dos cenários simulados.**

Cenário	D_L - Devens <i>et al</i> (2006)	$D_L/u^*.H$	B/H	u^*/U	Re
1	0,006073095	0,425749	1,666667	0,260696	14264,51
2	0,003128518	0,111352	1,052632	0,356933	28095,69
3	0,002391956	0,043667	0,666667	0,793317	54776,64
4	0,001979224	0,027744	0,555556	0,981267	71340,06

Com os cálculos das grandezas adimensionais para a equação de Devens *et al* (2006), e feita a regressão linear foram obtidos os seguintes coeficientes para as variáveis da equação 05:

Tabela 2 - Variáveis obtidas a partir da regressão linear.

Variáveis	Coefficientes
<i>a</i>	7,592772
<i>b</i>	0,7392
<i>c</i>	0,793
<i>d</i>	-1,845

A partir dos valores acima apresentados os coeficientes, *b*, *c* e *d* correspondem aos parâmetros da equação 04, logo:

$$a = 7,592772 \rightarrow \log a \rightarrow a = 10^{7,592772} = 39153598,59$$

$$b = 0,7392$$

$$c = 0,793$$

$$d = -1,845$$

Sendo assim, obteve-se:

$$\frac{D_L}{u^* \cdot H} = 39153598,59 \cdot \left(\frac{B}{H}\right)^{0,7392} \cdot \left(\frac{u}{U}\right)^{0,793} \cdot \text{Re}^{-1,845} \quad \text{Equação 05}$$

Sendo $\text{Re} = \frac{u^* \cdot H}{\nu}$, obteve-se a seguinte equação:

$$D_L = 0,000333251 \cdot \frac{B^{0,7392}}{u^{*0,052} H^{1,5842} \cdot U^{0,793}} \quad \text{Equação 06}$$

O gráfico abaixo mostra a relação dos valores medidos de D_L pelo método de regressão linear e os valores de D_L pela equação de Devens *et al* (2006).

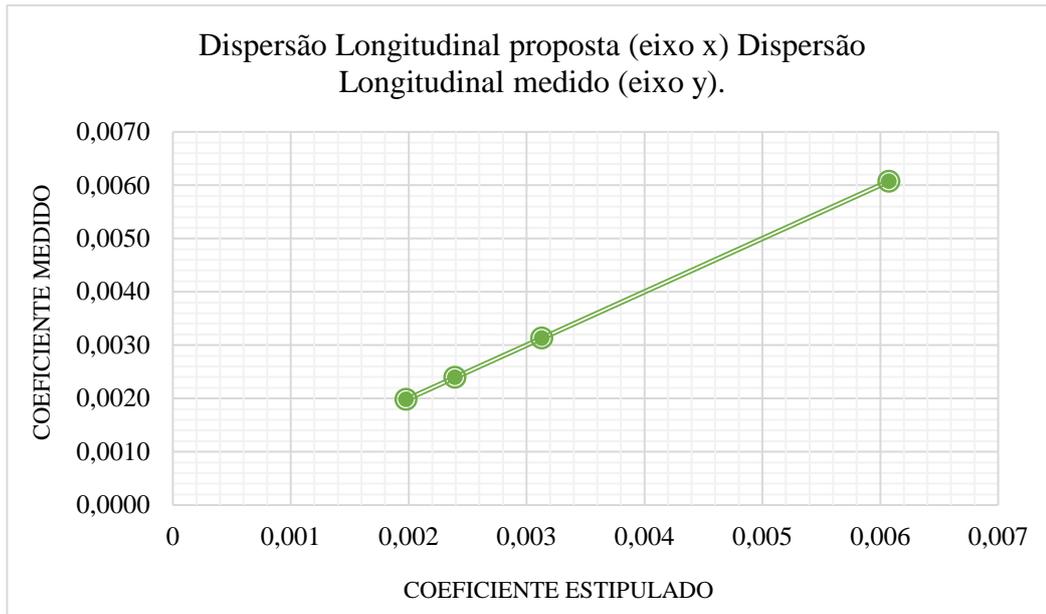


Figura 2 Gráfico do Coeficiente de dispersão longitudinal medido (eixo y) X coeficiente de dispersão longitudinal estipulado (eixo x).

Com o intuito de verificar a aplicabilidade do modelo de regressão linear da equação 06, ela foi aplicada ao conjunto de dados obtidos na simulação dos cenários 1, 2, 3 e 4. Obtendo valores de D_L entre 0,006073092 e 0,001979223. Verificando os dados estatísticos obtidos é possível afirmar que a equação produzida se aplica melhor a cursos hídricos que apresentam vazões mais baixas, como o caso do canal didático de estudo.

A partir da visualização da compilação dos resultados, nota-se que as equações que apresentam curvas de comportamento semelhantes, levam em consideração as mesmas características geométricas, como, base do curso d'água, altura do escoamento e velocidade média. Essa observação tem o princípio de guiar a escolha de qual equação é mais adequada para determinado conjunto de características de um corpo hídrico.

CONCLUSÕES

Com a busca de alternativas para o gerenciamento dos recursos hídricos, o presente trabalho observa a importância de estudos experimentais em relação a capacidade do curso de água em dispersar poluentes. Após as etapas de análise dos cenários, foi visto que a dispersão de um poluente depende das características geométricas e hidráulicas do curso de água em questão.

Do presente estudo foi originada uma equação empírica para determinação do coeficiente de dispersão longitudinal (D_L), a partir da análise dimensional e análise de regressão

de dados experimentais realizados na bancada didática de escoamento do laboratório de hidráulica do ISCA Faculdades.

Essa equação poderá gerar boas estimativas para utilização de traçadores em escala laboratorial para medição de poluentes, podendo ser replicada para despejos de poluentes em cursos hídricos. A pesquisa realizada contribui para a busca de novas técnicas de prevenção ao impacto ambiental causado por lançamentos irregulares em corpos hídricos.

REFERÊNCIAS

CONAMA - Conselho Nacional do Meio Ambiente. **Resoluções do Conama: resoluções vigentes publicadas entre julho de 1984 e novembro de 2008** – 2ª ed. / Conselho Nacional do Meio Ambiente. – Brasília, 2008.

DEVENS, J. A., BARBOSA Jr, A. R., Silva, G. Q. **Métodos diretos de determinação do coeficiente de dispersão longitudinal em cursos d'água naturais – fundamentos teóricos.** Engenharia Sanitária e Ambiental, vol. 11, n.3, Rio de Janeiro, 2006.

DEVENS, J. A., BARBOSA Jr, A. R., Silva, G. Q. **Modelos Empíricos e Semi-Empíricos para a Obtenção do Coeficiente de Dispersão Longitudinal de Pequenos Cursos de Água.** Revista /Brasileira de Recursos Hídricos, v. 15, n.1, p.75-88, jan/mar 2010.

OLIVEIRA, V. V. **Quantificação e avaliação do coeficiente de dispersão longitudinal em cursos d'água.** 2013. 122 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

RIBEIRO, C.B.M. *et al.* **Desenvolvimento e validação de equação para determinação do coeficiente de dispersão longitudinal em rios de médio porte.** Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora Artigo Técnico v.15 n.4, out/dez 2010.

SANTOS, DANIEL COSTA dos. **Saneamento para gestão integrada das águas urbanas.** - 1. ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2016.